



# Wprowadzenie do Scilab: macierze

Narzędzia Informatyki

Magdalena Deckert  
Izabela Szczęch  
Barbara Wołyńska  
Bartłomiej Prędkie

*Politechnika Poznańska  
Instytut Informatyki*

# Agenda

---

- Definiowanie macierzy
- Funkcje do definiowania macierzy
- Pusta macierz
- Wymiary macierzy
- Operacje na poszczególnych elementach macierzy
- Dynamiczna zmiana wymiarów macierzy
- Podstawowe operacje na macierzach
- Macierzowe operatory porównania
- Wyznaczanie miejsc zerowych wielomianów
- Elementy algebry liniowej
  - Rozwiązywanie układów równań liniowych

# Wprowadzenie

---

- Macierze są podstawowym typem danych w Scilab.
- Każda macierz definiowana jest przez:
  - liczbę wierszy
  - liczbę kolumn
  - typ danych wypełniających macierz (np. liczby rzeczywiste, całkowite, zmienne bool'owskie, ciągi znaków, wielomiany)
- Macierzami są również:
  - wektory – macierze o wymiarach  $1 \times n$  lub  $n \times 1$
  - skalary – macierze o wymiarach  $1 \times 1$

## Definiowanie macierzy

---

Elementy składni do definiowania macierzy:

- **[ ]** nawiasy kwadratowe zaznaczają początek i koniec macierzy
- **,** przecinek bądź **spacja** oddziela elementy z różnych kolumn
- **;** średnik bądź **Enter** oddziela elementy z różnych wierszy

## Definiowanie macierzy

Przejdź do konsoli Scilab. Wykonaj poniższe polecenia definiujące macierze. Czy poniższe przykłady tworzą takie same macierze?

### ■ Przykład:

- ->A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]

### ■ Przykład:

- ->B=[1 2 3

- ->4 5 6

- ->7 8 9]

### Przykład:

Konsola Scilab

```
-->C=[1 2 3
-->4,5,6; 7 8 ,9]
C =

    1.    2.    3.
    4.    5.    6.
    7.    8.    9.

-->|
```

## Funkcje do definiowania macierzy

W Scilab wbudowanych jest wiele funkcji do tworzenia specyficznych macierzy, np. macierzy jednostkowych, macierzy zer czy jedynek.

Wykonaj poniższe przykłady w konsoli Scilab.

- **eye** – tworzy macierz jednostkową o zadanych rozmiarach

- **Przykład:**

- ->A=eye(2,2)

- **Przykład:**

- ->B=eye(2,5)

- **Przykład:**

- ->C=[1 2 3; 4 5 6]

- ->D=eye(C)

```
Konsola Scilab

-->A=eye(2, 2)
A =

    1.    0.
    0.    1.

-->B=eye(2, 5)
B =

    1.    0.    0.    0.    0.
    0.    1.    0.    0.    0.

-->C=[1 2 3; 4 5 6]
C =

    1.    2.    3.
    4.    5.    6.

-->D=eye(C)
D =

    1.    0.    0.
    0.    1.    0.

-->|
```

## Funkcje do definiowania macierzy

- **ones** – tworzy macierz o zadanych rozmiarach wypełnioną jedynkami

- **Przykład:**

- ->A=ones(2,5)

- **zeros** – tworzy macierz o zadanych rozmiarach wypełnioną zerami

- **Przykład:**

- ->B=zeros(2,5)

### Konsola Scilab

```
-->A=ones(2,5)
A =

    1.    1.    1.    1.    1.
    1.    1.    1.    1.    1.

-->B=zeros(2,5)
B =

    0.    0.    0.    0.    0.
    0.    0.    0.    0.    0.

-->
```

## Funkcje do definiowania macierzy

- **testmatrix** – tworzy specyficzną macierz kwadratową o zadanych rozmiarach, np. odwróconą macierz Hilberta, kwadrat magiczny

- **Przykład:**

- -> `A=testmatrix('hilb',3)`

- **Przykład:**

- -> `B=testmatrix('magi',3)`

### Konsola Scilab

```
-->A=testmatrix('hilb',3)
```

```
A =
```

```
    9.    - 36.    30.  
 - 36.    192.   - 180.  
    30.    - 180.    180.
```

```
-->B=testmatrix('magi',3)
```

```
B =
```

```
    8.     1.     6.  
    3.     5.     7.  
    4.     9.     2.
```

```
-->
```

## Funkcje do definiowania macierzy

- **linspace ( $x_1$ ,  $x_2$ ,  $[n]$ )** – tworzy wektor wierszowy zawierających  $n$  elementów równomiernie rozłożonych z przedziału  $\langle x_1; x_2 \rangle$ ; domyślnie  $n=100$

- **Przykład:**

- -> `A=linspace (2, 10, 3)`

- **Przykład:**

- -> `B=linspace (10, -2, 3)`

- **Przykład:**

- -> `C=linspace (1, 50)`

- **Przykład:**

- -> `D=linspace (2, 13, 3)`

### Konsola Scilab

```
-->A=linspace (2, 10, 3)
A =

    2.    6.   10.

-->B=linspace (10, -2, 3)
B =

   10.    4.   -2.

-->C=linspace(1,50)
C =

column 1 to 10

    1.    1.4949495    1.989899

column 11 to 19
```

## Funkcje do definiowania macierzy

- **rand** – tworzy macierz o zadanych rozmiarach wypełnioną wartościami losowymi z przedziału  $<0, 1)$ ; dodatkowe parametry funkcji sterują np. rozkładem losowanych liczb

- **Przykład:**

- -> `A=rand(2,3)`

Konsola Scilab

```
-->A=rand(2,3)
A  =

    0.2639556    0.2806498    0.7783129
    0.4148104    0.1280058    0.2119030

-->
```

## Pusta macierz

### ■ Przykład:

- -> `A=[]` //tworzy macierz o rozmiarach 0 x 0
- Zapis „[]” można wykorzystać do usunięcia zawartości macierzy i zwolnienia pamięci z nią związanej

### Przykład:

- -> `A=ones(4,4)`
- -> `A=[]`

#### Konsola Scilab

```
-->A=ones(4,4)
A =

    1.    1.    1.    1.
    1.    1.    1.    1.
    1.    1.    1.    1.
    1.    1.    1.    1.

-->A=[]
A =

    []

-->|
```

## Wymiary macierzy

- Funkcja **size (M)** zwraca informacje o wymiarach macierzy M (np.liczbie wierszy i kolumn)

### Przykład:

```
- -> A=ones(2,3)
- -> [nr, nc]=size(A)
- -> size(A)
```

- Sprawdź działanie funkcji *size* dla 3-wymiarowej kostki

### Przykład:

```
- -> B=ones(2,3,4)
- -> [n1, n2, n3]=size(B)
- -> size(B)
```

### Konsola Scilab

```
-->A=ones(2,3)
A =

    1.    1.    1.
    1.    1.    1.

-->[nr, nc]=size(A)
nc =

    3.
nr =

    2.

-->nr=size(A)
nr =

    2.    3.

-->size(A)
ans =

    2.    3.

-->
```

## Wymiary macierzy

- Funkcję *size* można też wywoływać z dwoma argumentami: **size (M, sel)**, gdzie parametr *sel* przyjmuje następujące wartości:
  - *sel*=1 lub *sel*="r" //funkcja zwraca liczbę wierszy
  - *sel*=2 lub *sel*="c" //funkcja zwraca liczbę kolumn
  - *sel*="\*" //funkcja zwraca liczbę wszystkich elementów

### Przykład:

```
- -> A=ones(2,3)
```

```
- -> size(A, "*")
```

#### Konsola Scilab

```
-->A=ones(2,3)
A =

    1.    1.    1.
    1.    1.    1.

-->size(A, "*")
ans =

    6.

-->
```

## Operacje na poszczególnych elementach macierzy

---

- Operacje na elementach macierzy można wykonać odwołując się:
  - do całej macierzy podając jej nazwę, np.  $A$
  - do elementu w  $i$ -tym wierszu i  $j$ -tej kolumnie, np.  $A(i,j)$
  - do elementów z pewnego zakresu indeksów wierszy lub kolumn, korzystając z operatora „:”

# Operacje na poszczególnych elementach macierzy

## Odwołanie do całej macierzy

### **Przykład:**

- -> `A=ones(2,3)`
- -> `B=2*ones(2,3)`
- -> `A+B`

#### Konsola Scilab

```
-->A=ones(2,3)
A  =

    1.    1.    1.
    1.    1.    1.

-->B=2*ones(2,3)
B  =

    2.    2.    2.
    2.    2.    2.

-->A+B
ans =

    3.    3.    3.
    3.    3.    3.

-->
```

# Operacje na poszczególnych elementach macierzy

## Odwołanie do elementu $A(i,j)$

### Przykład:

```
- -> A=testmatrix('magi',3)
- -> A(1,2)
```

**UWAGA:** Należy pamiętać, że wiersze i kolumny macierzy indeksowane są od 1.

### Przykłady:

```
- -> A=(0,1)
- -> A=(1,12)
```

```
Konsola Scilab

-->A=testmatrix('magi',3)
A  =

      8.      1.      6.
      3.      5.      7.
      4.      9.      2.

-->A(1,2)
ans  =

      1.

-->A(0,1)
      !--error 21
Nieprawidłowy indeks.

-->A(1,12)
      !--error 21
Nieprawidłowy indeks.

-->
```

# Operacje na poszczególnych elementach macierzy

## Odwołanie przez operator „:”

- Ogólnie, składnia **i:[s]:j** pozwala wygenerować wektor liczb z przedziału  $\langle i;j \rangle$  z krokiem  $s$ ; domyślnie  $s=1$

### Przykłady:

- ->  $v=2:6$
- ->  $v=3:2:10$
- ->  $v=10:-2:3$
- ->  $v=3:-2:10$

#### Konsola Scilab

```
-->v=2:6
v =

    2.    3.    4.    5.    6.

-->v=3:2:10
v =

    3.    5.    7.    9.

-->v=10:-2:3
v =

   10.    8.    6.    4.

-->v=3:-2:10
v =

    []

-->|
```

# Operacje na poszczególnych elementach macierzy

## Odwołanie przez operator „:”

- Operator „:” można też wykorzystać do określania zakresów indeksów wierszy i kolumn macierzy

### **Przykłady:**

- -> A=testmatrix('magi',5)

- -> A(1:2, 3:4)

//wypisze elementy macierzy A  
z wiersza 1 i 2 i kolumn 3 oraz 4

Konsola Scilab

```
-->A=testmatrix('magi',5)
```

```
A =
```

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 17. | 24. | 1.  | 8.  | 15. |
| 23. | 5.  | 7.  | 14. | 16. |
| 4.  | 6.  | 13. | 20. | 22. |
| 10. | 12. | 19. | 21. | 3.  |
| 11. | 18. | 25. | 2.  | 9.  |

```
-->A(1:2,3:4)
```

```
ans =
```

|    |     |
|----|-----|
| 1. | 8.  |
| 7. | 14. |

```
-->
```

# Operacje na poszczególnych elementach macierzy

## Odwołanie przez operator „:”

### **Przykład:**

- -> A=testmatrix('magi',5)

- -> A([1 5], :)=A([5 1],:)

//zamieni miejscami wiersz  
pierwszy i piąty macierzy A

### **Przykład:**

- -> B=testmatrix('magi',5)

- -> B(:, [1 5])=B(:, [5 1])

### Konsola Scilab

```
-->A=testmatrix('magi',5)
```

```
A =
```

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 17. | 24. | 1.  | 8.  | 15. |
| 23. | 5.  | 7.  | 14. | 16. |
| 4.  | 6.  | 13. | 20. | 22. |
| 10. | 12. | 19. | 21. | 3.  |
| 11. | 18. | 25. | 2.  | 9.  |

```
-->A([1 5], :)=A([5 1],:)
```

```
A =
```

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 11. | 18. | 25. | 2.  | 9.  |
| 23. | 5.  | 7.  | 14. | 16. |
| 4.  | 6.  | 13. | 20. | 22. |
| 10. | 12. | 19. | 21. | 3.  |
| 17. | 24. | 1.  | 8.  | 15. |

```
-->|
```

## Operacje na poszczególnych elementach macierzy

---

### Odwołanie przez operator „:”

Podsumowanie wykorzystania operatora „:”

|          |                                                         |
|----------|---------------------------------------------------------|
| A        | cała macierz                                            |
| A(:, :)  | cała macierz                                            |
| A(i:j,k) | elementy z wierszy od i-tego do j-tego w kolumnie k-tej |
| A(i,j:k) | elementy z wiersza i-tego w kolumnach od j-tej do k-tej |
| A(i,:)   | cały wiersz i-ty                                        |
| A(:,j)   | cała j-ta kolumna                                       |

## Dynamiczna zmiana wymiarów macierzy

- Wymiary macierzy mogą się zmieniać dynamicznie w zależności od danych w macierzy.

### Przykłady:

- -> A=[1 2 3; 4 5 6] // macierz 2 x 3

- -> A(3,1)=7

- -> A(:,3)=[]

#### Konsola Scilab

```
-->A=[1 2 3; 4 5 6]
```

```
A =
```

```
1.    2.    3.  
4.    5.    6.
```

```
-->A(3,1)=7
```

```
A =
```

```
1.    2.    3.  
4.    5.    6.  
7.    0.    0.
```

```
-->A(:,3)=[]
```

```
A =
```

```
1.    2.  
4.    5.  
7.    0.
```

```
-->
```

## Dynamiczna zmiana wymiarów macierzy

### Przykład:

- -> A=[1 2 3; 4 5 6]

- -> B=[7;8]

- -> C=[A,B]

#### Konsola Scilab

```
-->A=[1 2 3; 4 5 6]
```

```
A =
```

```
1.    2.    3.  
4.    5.    6.
```

```
-->B=[7;8]
```

```
B =
```

```
7.  
8.
```

```
-->C=[A,B]
```

```
C =
```

```
1.    2.    3.    7.  
4.    5.    6.    8.
```

```
-->
```

## Podstawowe operacje na macierzach

| Operacje macierzowe |                                                              | Operacje tablicowe<br>(na odpowiadających sobie elementach macierzy) |                         |
|---------------------|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| +                   | dodawanie                                                    |                                                                      |                         |
| -                   | odejmowanie                                                  |                                                                      |                         |
| *                   | mnożenie                                                     | .*                                                                   | mnożenie                |
| /                   | prawostronne dzielenie<br>$x/y = xy^{-1}$                    | ./                                                                   | prawostronne dzielenie  |
| \                   | lewostronne dzielenie<br>$x \backslash y = x^{-1}y$          | .\                                                                   | lewostronne dzielenie   |
| ^ lub **            | potęgowanie                                                  | .^                                                                   | potęgowanie             |
| '                   | transponowanie macierzy<br>i sprzężenie liczby<br>zespólonej | .'                                                                   | transponowanie macierzy |

## Podstawowe operacje na macierzach

---

- Na macierzach:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$   $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$   
wykonaj następujące działania:
  - $A+B$
  - $A+1$
  - $A+C$
  - $B*C$
  - $A*B$
  - $A.*B$
  - dodaj pierwszą kolumnę macierzy A z macierzą C

## Podstawowe operacje na macierzach - wynik

Konsola Scilab

```
-->A=[1 2; 3 4]
```

```
A =
```

```
1.    2.  
3.    4.
```

```
-->B=[5 6; 7 8]
```

```
B =
```

```
5.    6.  
7.    8.
```

```
-->C=[1;2]
```

```
C =
```

```
1.  
2.
```

```
-->A+B
```

```
ans =
```

```
6.    8.  
10.   12.
```

```
-->A+1
```

```
ans =
```

```
2.    3.  
4.    5.
```

```
-->A+C
```

```
!--error 8
```

```
Niezgodne dodawanie.
```

```
-->B*C
```

```
ans =
```

```
17.  
23.
```

```
-->A*B
```

```
ans =
```

```
19.   22.  
43.   50.
```

```
-->A .*B
```

```
ans =
```

```
5.    12.  
21.   32.
```

```
-->A(:,[1])+C
```

```
ans =
```

```
2.  
5.
```

```
-->
```

## Podstawowe operacje na macierzach

- Na wektorach:  $u=[1;2;3]$  i  $v=[4\ 5\ 6]$  wykonaj mnożenia

```
Konsola Scilab

-->u=[1
-->2
-->3]
u =

    1.
    2.
    3.

-->v=[5 6 7]
v =

    5.    6.    7.

-->u*v
ans =

    5.    6.    7.
   10.   12.   14.
   15.   18.   21.

-->v*u
ans =

   38.

-->u .*v
!--error 9999
inconsistent element-wise operation

-->v .*u
!--error 9999
inconsistent element-wise operation

-->
```

## Macierzowe operatory porównania

- Do macierzy o takich samych wymiarach można stosować następujące operatory porównania:

|             |                                                                   |
|-------------|-------------------------------------------------------------------|
| and(A, „r”) | logiczne „i” na elementach wierszy macierzy A                     |
| and(A, „c”) | logiczne „i” na elementach kolumn macierzy A                      |
| or(A, „r”)  | logiczne „lub” na elementach wierszy macierzy A                   |
| or(A, „c”)  | logiczne „lub” na elementach kolumn macierzy A                    |
| <, &,       | operatory działające na odpowiadających sobie elementach macierzy |

- Wynik zastosowania operatorów porównania jest macierzą wartości typu boolean.

# Macierzowe operatory porównania

## Przykłady:

- -> A=[1 2 7; 6 9 8]

- -> A>3

- -> B=[4 5 6; 7 8 9]

- -> A>B

- -> or(A>B, "r")

### Konsola Scilab

```
-->A=[1 2 7; 6 9 8]
```

```
A =
```

```
1.    2.    7.  
6.    9.    8.
```

```
-->A>3
```

```
ans =
```

```
F F T  
T T T
```

```
-->B=[4 5 6; 7 8 9]
```

```
B =
```

```
4.    5.    6.  
7.    8.    9.
```

```
-->A>B
```

```
ans =
```

```
F F T  
F T F
```

```
-->or(A>B, "r")
```

```
ans =
```

```
F T T
```

```
-->|
```

## Macierzowe operatory porównania

### Przykłady:

- -> A=[1 2 7; 6 9 8]

- -> A>3

- -> A(A>3)=0

//wszystkie elementy  
macierzy A o wartościach >3  
zostaną zamienione na 0.

#### Konsola Scilab

```
-->A=[1 2 7; 6 9 8]
```

```
A =
```

```
1.    2.    7.  
6.    9.    8.
```

```
-->A>3
```

```
ans =
```

```
F F T  
T T T
```

```
-->A(A>3)=0
```

```
A =
```

```
1.    2.    0.  
0.    0.    0.
```

```
-->|
```

## Wyznaczanie miejsc zerowych wielomianów

- Funkcja **roots (p)** służy do wyznaczania miejsc zerowych dowolnych wielomianów.

Jako parametr p podajemy współczynniki przy kolejnych potęgach (uporządkowane wg malejących potęg).

- **Przykłady:**

Wyznacz miejsca zerowe wielomianu:

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

- -> p=[1 -6 11 -6]

- -> roots(p)

```
Konsola Scilab
-->p=[1 -6 11 -6]
p =
      1.   - 6.   11.   - 6.
-->roots(p)
ans =
      3.
      2.
      1.
-->
```

## Elementy algebry liniowej

---

- Wybrane funkcje algebry liniowej:

|                  |                                                                   |
|------------------|-------------------------------------------------------------------|
| $\det(A)$        | obliczanie wyznacznika macierzy $A$                               |
| $\text{spec}(A)$ | obliczanie wartości własnych macierzy $A$                         |
| $\text{rank}(A)$ | obliczanie rzędu macierzy $A$                                     |
| $\text{diag}(A)$ | wyznaczanie elementów leżących na głównej przekątnej macierzy $A$ |
| $\text{inv}(A)$  | wyznaczenie macierzy odwrotnej do macierzy $A$                    |

## Rozwiązywanie układów równań liniowych

Za pomocą macierzy można rozwiązywać układy równań liniowych.

Układ równań liniowych:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 3x + 4y + 5z = 14 \\ 2x + 6y + 6z = 20 \end{cases}$$

można zapisać macierzowo jako:  $A \cdot X = b$ , gdzie

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 6 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 14 \\ 20 \end{bmatrix}$$

### UWAGA:

- układ ma **jedno rozwiązanie**, gdy  
 $\text{rank}(A) = \text{rank}([A \ b]) = \text{liczba niewiadomych w układzie}$
- układ ma **nieskończenie wiele rozwiązań**, gdy  
 $\text{rank}(A) = \text{rank}([A \ b]) < \text{liczba niewiadomych w układzie}$
- układ **nie ma rozwiązań**, gdy  
 $\text{rank}(A) \neq \text{rank}([A \ b])$

# Rozwiązywanie układów równań liniowych

- Równanie macierzowe  $A \cdot X = b$ , gdzie

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 6 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 14 \\ 20 \end{bmatrix}$$

ma 1 rozwiązanie.

Porównaj wartości poniższych funkcji:

-->rank(A)

-->rank([A b])

Konsola Scilab

```
-->A=[1 2 3
-->3 4 5
-->2 6 6]
A =

    1.    2.    3.
    3.    4.    5.
    2.    6.    6.
```

```
-->b=[4
-->14
-->20]
b =
```

```
    4.
   14.
   20.
```

```
-->rank(A)
ans =
```

```
    3.
```

```
-->rank([A b])
ans =
```

```
    3.
```

# Rozwiązywanie układów równań liniowych

---

Rozwiązanie równania macierzowego:  $A * X = b$

- **Sposób I:**

**-->  $X = A \backslash b$**

Polecenie rozwiązuje zadany układ za pomocą operatora dzielenia w lewo. Ponieważ nie jest możliwe dzielenie wektora przez macierz, operator odwraca macierz  $A$ , a następnie mnoży ją lewostronnie przez wektor  $b$ .

- **Sposób II:**

**-->  $X = \text{inv}(A) * b$**

Polecenie rozwiązuje zadany układ równań bezpośrednio: funkcja  $\text{inv}(A)$  odwraca macierz  $A$ , a następnie wynik mnożony jest przez wektor  $b$ .

## Rozwiązywanie układów równań liniowych

Konsola Scilab

```
-->A
```

```
A =
```

```
1.    2.    3.  
3.    4.    5.  
2.    6.    6.
```

```
-->b
```

```
b =
```

```
4.  
14.  
20.
```

```
-->X=A\b
```

```
X =
```

```
2.5  
6.  
- 3.5
```

```
-->X=inv(A)*b
```

```
X =
```

```
2.5  
6.  
- 3.5
```

```
-->
```

## Literatura

---

Materiały przygotowane na podstawie "Introduction to Scilab".

<http://www.scilab.org/support/documentation/tutorials>